

УДК 510.67

В. Н. Павлыш, А. В. Гром

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Донецкий национальный технический университет»
283001, г. Донецк, ул. Артёма, 58

ДИСКРЕТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АНИЗОТРОПНОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

При решении ряда технологических задач возникает необходимость исследования нестационарных процессов в сплошной среде (производство различных материалов, обработка угольных и породных массивов, конвективное перемешивание реагентов химических смесей, термическая обработка сыпучих и текучих материалов и т.п.). В этих условиях математическое моделирование имеет ряд особенностей, которые необходимо учитывать при построении алгоритмов их реализации, что является задачей данной работы.

Ключевые слова: математическое моделирование, пласт, структура, дискретная модель, анизотропия.

V. N. Pavlysh, A. V. Grom

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
«Donetsk National Technical University»
283001, Artyoma Str., 58, Donetsk,

DISCRETE SIMULATION OF ANISOTROPIC CONTINUOUS MEDIUM

There is a necessity of investigating non-stationary processes in a continuous medium (production of various materials, coal and rock masses treatment, convective mixing of chemical mixtures reagents, thermal treatment of loose and fluid materials etc.) when solving some technological problems. Under these conditions, mathematical modeling has a number of features that need to be considered when building algorithms for their implementation, which is the task of this paper.

Key words: mathematical modeling, formation, structure, discrete model, anisotropy.

Введение

При решении ряда технологических задач возникает необходимость исследования нестационарных процессов в сплошной среде (производство различных материалов, обработка угольных и породных массивов, конвективное перемешивание реагентов химических смесей, термическая обработка сыпучих и текучих материалов и т.п.). При этом исследуемая сплошная среда, как правило, характеризуется крайне неравномерной структурой как по архитектуре и составу слагающих её компонентов, так и по качественным характеристикам последних. Поэтому такая среда является анизотропной.

Математические модели процессов в таких средах основываются на нелинейных уравнениях математической физики, которые не имеют аналитических решений. В этих условиях математическое моделирование имеет ряд особенностей, которые необходимо учитывать при построении алгоритмов их реализации, что является задачей данной работы.

Актуальность работы. Нелинейные уравнения математической физики решаются с помощью разностных методов, соответствующих сеточным моделям. Пространство, в котором исследуются процессы, должно быть представлено адекватными моделями. В частности, сплошная среда должна быть представлена дискретной моделью, определяемой применяемыми разностными методами, учет анизотропии при этом обеспечивается точечным принципом задания характеристик. Разработка и исследования указанных дискретных моделей сплошной среды является актуальной задачей.

Цель работы – формирование разнотипных дискретных моделей и сравнение их характеристик.

Основное содержание. Рассмотрим задачи построения дискретных моделей на примере месторождений полезных ископаемых осадочного типа (угольные пласты и вмещающие породы, участки земной коры, массы обогащаемого угля и т.д.).

Например, если принять, что земная кора – это верхняя твердая оболочка Земли, то можно утверждать, что это квазиизотропная среда «холодного» вещества (горных пород), располагающаяся между мантией Земли и её атмосферой. Можно определить её как модель земной коры с анизотропией нулевого уровня.

Учитывая, что земная кора представлена в основном горными породами, а также включает в себе свободную воду в различных состояниях, можно строить в этом случае модели с анизотропией первого уровня. Примерами таких моделей являются геологические карты и разрезы земной коры.

При рассмотрении месторождений полезных ископаемых осадочного типа (угольные пласты и вмещающие породы) модели имеют анизотропию второго уровня.

При более углубленном изучении строения участков земной коры (пластов) с использованием петрографических характеристик используются модели с анизотропией третьего уровня.

Исследование отдельных тел (пластов) полезных ископаемых и горных пород с определением количественных характеристик их элементарных участков предполагает построение моделей с анизотропией четвертого уровня.

Из вышесказанного следует сделать вывод, что с усложнением целей досконального изучения сплошных сред (систем) увеличивается количество типов выделяемых элементов (объектов) и, соответственно, число элементов каждого типа, изменяется (увеличивается) множество характеристик этих объектов.

Моделирование сплошной среды проводится разными способами в зависимости от масштаба углубления в изучение объектов. Предлагается следующая классификация моделей сплошных сред в зависимости от тщательности (мощности) описания изменчивости свойств элементов исследуемой системы (табл. 1).

Таблица 1 – Классификация моделей сплошной среды

Класс модели	Уровень изучения системы	Элементы	Исследуемые свойства	Изменчивость модели среды
0	Планета (Земля)	Кора, мантия, ядро	Рельеф поверхности, толщина слоя	анизотропия нулевого уровня
1	Земная кора, месторождение	Пласт, рудное тело	Геометрическое описание, обобщенные показатели качества	анизотропия первого уровня
2	Геологическое строение пласта участка	Пропластки, включения, нарушения	Геометрическое описание, обобщенные показатели качества	анизотропия второго уровня
3	Геологическое строение пласта ПИ (угля)	Макроструктура пласта, пропластка	Петрографические характеристики	анизотропия третьего уровня
4	Геологическое строение пласта ПИ (угля)	Элементарные участки пласта пропластка	качественные характеристики (содержание полезных элементов и примесей, физико-механические свойства и др.)	анизотропия четвертого уровня
5	микромодели среды	Микроэлементы системы	Структура, взаимодействие и др.	анизотропия более высоких уровней

Существует множество способов построения моделей сплошных сред. В подавляющем большинстве – это математические дискретные модели, в которых исследуемая сплошная среда представляется множеством частей (дискритов), располагающихся в пространстве без зазоров (тесно соприкасающихся без проникновения вглубь смежных дискритов). Каждый дискрит соответствующей модели является элементарным объектом, имеющим персональные пространственные и атрибутивные (количественные и качественные) параметры.

С позиций математической логики такие объекты являются точечными и, соответственно, не имеющими внутренней изменчивости свойств. Другими словами, в таких моделях каждый дискрит (блок) является однородным по составу и свойствам. Поэтому в дискретных моделях сплошных сред каждый блок представляется как изотропная (квазиизотропная) среда. Это первый постулат в принципах построения таких моделей. Отсюда возникает необходимость построения оптимальной архитектуры системы из квазиизотропных блоков (дискритов) для моделирования анизотропной сплошной среды.

Следует отметить, что модели с разными уровнями анизотропии будут иметь, как правило, различные архитектуры. При этом построению моделей с N-м уровнем анизотропии обычно предшествует построение моделей с (N-1)-м и ниже уровнями анизотропии. Так, для построения модели угольного пласта (2-й и выше уровень анизотропии) необходимо определить его пространственное положение с использованием модели участка земной коры (осадочной толщи) первого уровня анизотропии.

Модели первого уровня анизотропии для осадочных месторождений полезных ископаемых имеют слоевую структуру, где каждый блок (дискрит) представляет пласт (часть пласта) полезного ископаемого или вмещающей породы с естественными (истончение, выход под наносы, тектоническое нарушение и пр.) или искусственными (горный отвод) границами по простиранию. Сверху и снизу он ограничен поверхностями соприкосновения со смежными надлежащим и подлежащим пластами (дискритами). Все пласты имеют строгий порядок следования снизу вверх в соответствии с геологическим возрастом.

Модели этого уровня анизотропии для участков земной коры с преобладанием магматических горных пород используют дискриты, которые представляют геологические тела из минеральной массы определенных типов, имеющих разнообразные конфигурации и размеры, сопоставимые во всех трех пространственных измерениях.

Построение описанных моделей как в «ручных», так и в компьютерных технологиях производится с использованием информации, получаемой с помощью геологоразведочных работ. Соблюдение правила квазиизотропности среды в каждом дискрите здесь достигается сравнительно легко. Дискретность моделей выражается в резком изменении свойств минеральной массы при переходе от дискрита одного пласта к дискриту смежного с ним пласта через граничную поверхность.

В простейших математических моделях каждый дискрит можно представить как материальную точку, имеющую определенный набор свойств (рис. 1). Тогда любое тело в сплошной среде можно представить как множество взаимосвязанных материальных точек (дискритов).

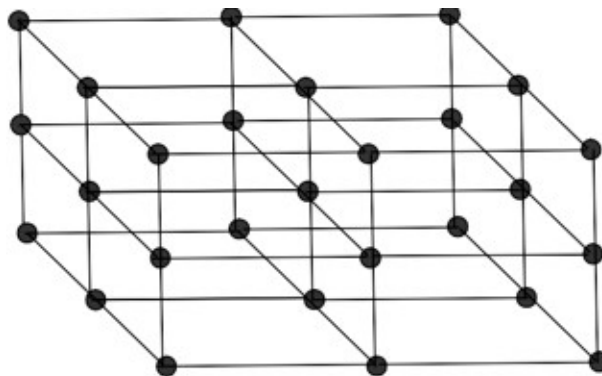


Рисунок 1 – Представление анизотропной среды как системы взаимосвязанных точек

При переходе к «протяженным» пространственным моделям каждый дискрит следует представить как определенную часть сплошной среды со сферической границей, в которой любая пространственная частичка «повторяет» свойства центральной (определяющей) частицы. Это сферическое тело А является идеальной формой дискрита, имея граничный радиус влияния свойств определяющей частицы (материальной точки) на вещество окружающего пространства с допустимым пренебре-

жением анизотропии среды. Вокруг него располагаются соприкасающиеся с ним дискриты (сферические тела В, С, D и др.) со своими, отличающимися от свойств рассмотренного (вследствие анизотропии среды) дискрита свойствами, которые информационно привязаны к свойствам их соответствующих центральных определяющих частиц (рис. 2). Тогда модель участка сплошной среды будет состоять из множества дискритов, каждый из которых представляет квазиизотропную среду в окрестностях соответствующей определяющей точки пространства, а анизотропия реальной среды моделируется мгновенным (ударным) изменением соответствующих её свойств в модельной среде при переходе от одного дискрита к смежному.

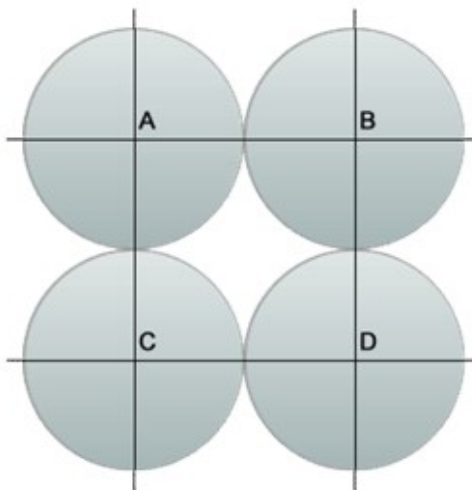


Рисунок 2 – Соприкасающиеся дискриты (сферические тела В, С, D и др.)

Сферическая форма дискритов позволяет моделировать сплошную среду с любым направлением главных осей анизотропии. Размер сфер должен подбираться в зависимости от масштаба изменчивости параметров, определяющих анизотропию среды. При этом множество дискритов модели может иметь регулярную (со сферами одного радиуса, как на рис. 3), так и нерегулярную структуру. При компьютерном моделировании удобнее использовать модели с регулярной структурой.

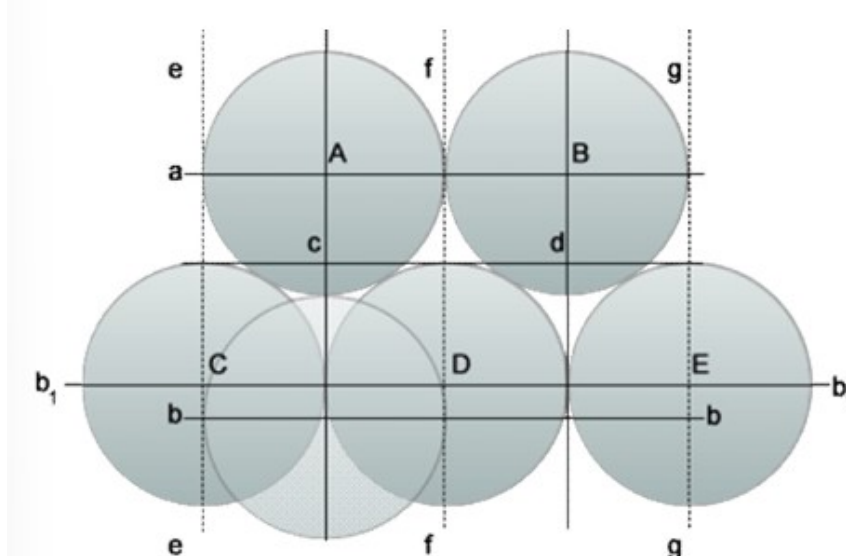


Рисунок 3 – Структура модели, когда шары второго слоя (слоя) смещены на расстояние радиуса вбок и вперед

Выводы

Из сравнения рассмотренных случаев дискретизации сплошной среды следует, что результаты представленной работы могут составить основу для дальнейших исследований и обоснования оптимальной формы дискритов в зависимости от состава сплошной среды и степени детализации ее структуры.

Проведенные исследования позволят в дальнейшем разработать метод оптимального построения дискретных моделей сплошной среды, который должен быть реализован в программных комплексах.

Список литературы

1. Коган И. Д. Подсчет запасов и геолого-промышленная оценка рудных месторождений [Текст] / Коган И. Д. – М.: Недра, 1974 г.
2. Каждан А. Б. Математические методы в геологии [Текст] / Каждан А.Б., Гуськов О.И. – М.: Недра, 1990.
3. Tolstykh V. K. Minimithing in Hilbert Spaces [Текст] / V. K. Tolstykh // Abs. Sump. Operations Research. – Passau-Germany : Springer, 1995. – P. 45.
4. Моделирование сплошной среды [Текст] / В.М. Шек, П.С. Дранишников, А.Г. Литвинов, Ю. Ф. Руденко
5. Павлыш В. Н. Физико-технические основы процессов гидравлического воздействия на угольные пласты [Текст] / В. Н. Павлыш, С.С. Гребенкин. – Донецк : ВИК. – 2006.
6. Павлыш В. Н. Модификация алгоритма управления фотоэлектрическим модулем с применением 3-D технологий [Текст] / В. Н. Павлыш, С. А. Зори, В. Г. Черников // Международный рецензируемый научно-теоретический журнал «Проблемы искусственного интеллекта». – 2022. – № 3(26). – С. 29–40.
7. Параметрическая оптимизация высокочастотного канала непрерывной трансформации энергии мобильному потребителю / В. Н. Павлыш, Г. В. Доценко, С. А. Григорьев, К. В. Коновалов // Международный рецензируемый научно-теоретический журнал «Проблемы искусственного интеллекта». – 2022. – № 4(27). – С.46–61.

References

1. Kogan I. D. *Podschet zasposv i geologo-promyshlennaya otsenka rudnykh mestorozhdeniy* [Calculation of reserves and geological and industrial assessment of ore deposits]. M.: Nedra, 1974 g.
2. Kazhdan A .B., Gus'kov O.I. *Matematicheskiye metody v geologii* [Mathematical methods in geology] M.: Nedra, 1990.
3. Tolstykh V. K. Minimithing in Hilbert Spaces. *Abs. Sump. Operations Research*. Passau-Germany : Springer, 1995. P. 45.
4. *Modelirovaniye sploshnoy sredy* [Modeling of a continuum] / V.M. Shek, P.S. Dranishnikov, A.G. Litvinov, YU. F. Rudenko
5. Pavlysh V. N., S.S. Grebenkin *Fiziko-tekhnicheskiye osnovy protsessov gidravlicheskogo vozdeystviya na ugol'nyye plasty* [Physical and technical bases of the processes of hydraulic impact on coal seams]. Donetsk : VIK. 2006.
6. Pavlysh V. N. *Modifikatsiya algoritma upravleniya fotoelektricheskim modulem s primeneniym 3-D tekhnologiy* [Modification of the photovoltaic module control algorithm using 3-D technologies] / V. N. Pavlysh, S. A. Zori, V. G. Chernikov. *Mezhdunarodnyy retsenzi-ruyemyy nauchno-teoreticheskiy zhurnal «Problemy iskusstvennogo intellekta»* [International peer-reviewed scientific and theoretical journal "Problems of Artificial Intelligence"] 2022. № 3(26). S. 29–40.
7. Parametricheskaya optimizatsiya vysokochastotnogo kanala nepreryvnoy transformatsii energii mobil'nomu potrebitelyu [Parametric optimization of the high-frequency channel of continuous energy transformation to a mobile consumer] / V. N. Pavlysh, G. V. Dotsenko, S. A. Grigor'yev, K. V. Konov-
alov. *Mezhdunarodnyy retsenzi-ruyemyy nauchno-teoreticheskiy zhurnal «Problemy iskusstvennogo intellekta»* [International peer-reviewed scientific and theoretical journal "Problems of Artificial Intelligence"] 2022. № 4(27). S.46–61.

RESUME

V. N. Pavlysh, A. V. Grom

Discrete Modeling of an Anisotropic Continuous Medium

When solving a number of technological problems, there is a need to study non-stationary processes in a continuous medium (production various materials, processing of coal and rock massifs, convective mixing of reagents of chemical mixtures, heat treatment of bulk and fluid materials, etc.). At the same time, the continuous medium under study is usually characterized by an extremely uneven structure both in architecture and composition of its constituent components, and in the qualitative characteristics of the latter. Therefore, such a medium is anisotropic.

For evaluation, mathematical discrete models in which the continuous medium under study is represented by a set of parts (discretes) located in space without gaps (closely touching without penetrating deep into adjacent discretes). Each discret of the corresponding model is an elementary object having personal spatial and attributive (quantitative and qualitative) parameters. From the standpoint of mathematical logic, such objects are point-like and, accordingly, do not have internal variability of properties.

From the comparison of the considered cases of continuous medium discretization, it follows that the results of the presented work can form the basis for further research and substantiation of the optimal form of discretes, depending on the composition of the continuous medium and the degree of detail of its structure.

The conducted research will allow us to further develop a method for the optimal construction of discrete models of a continuous medium, which should be implemented in software complexes.

РЕЗЮМЕ

В. Н. Павлыш, А. В. Гром

Дискретное моделирование анизотропной сплошной среды

При решении ряда технологических задач возникает необходимость исследования нестационарных процессов в сплошной среде (производство различных материалов, обработка угольных и породных массивов, конвективное перемешивание реагентов химических смесей, термическая обработка сыпучих и текучих материалов и т.п.). При этом исследуемая сплошная среда, как правило, характеризуется крайне неравномерной структурой как по архитектуре и составу слагающих её компонентов, так и по качественным характеристикам последних. Поэтому такая среда является анизотропной.

Для оценки математические дискретные модели, в которых исследуемая сплошная среда представляется множеством частей (дискритов), располагающихся в пространстве без зазоров (тесно соприкасающихся без проникновения вглубь смежных дискритов). Каждый дискрит соответствующей модели является элементарным объектом, имеющим персональные пространственные и атрибутивные (количественные и качественные) параметры. С позиций математической логики такие объекты являются точечными и, соответственно, не имеющими внутренней изменчивости свойств.

Из сравнения рассмотренных случаев дискретизации сплошной среды следует, что результаты представленной работы могут составить основу для дальнейших исследований и обоснования оптимальной формы дискритов в зависимости от состава сплошной среды и степени детализации ее структуры.

Проведенные исследования позволят в дальнейшем разработать метод оптимального построения дискретных моделей сплошной среды, который должен быть реализован в программных комплексах.

Статья поступила в редакцию 07.02.2023.